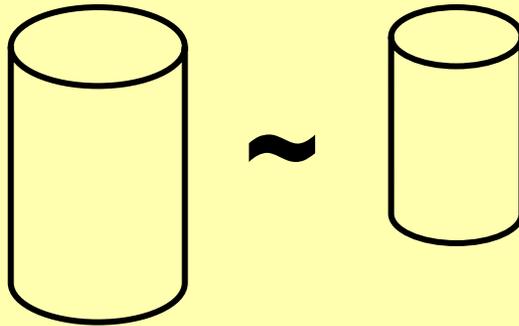
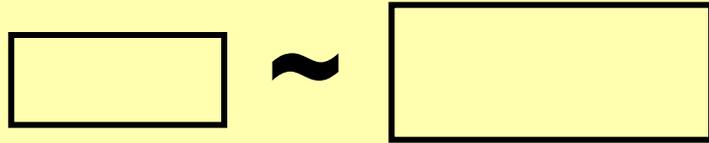


Les figures semblables



Les figures semblables possèdent les propriétés suivantes :

- mêmes formes;**
- mêmes mesures d'angles homologues;**
- rapports des côtés homologues proportionnels.**

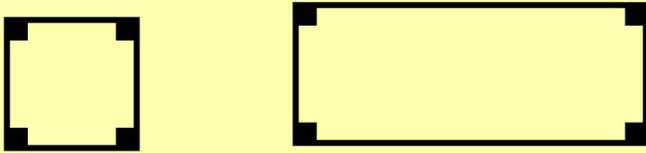
Des figures sont semblables si et seulement si elles possèdent à la fois ces trois conditions.

Les figures semblables sont créées par des similitudes, donc une (des) transformation(s) utilisant toujours une homothétie.

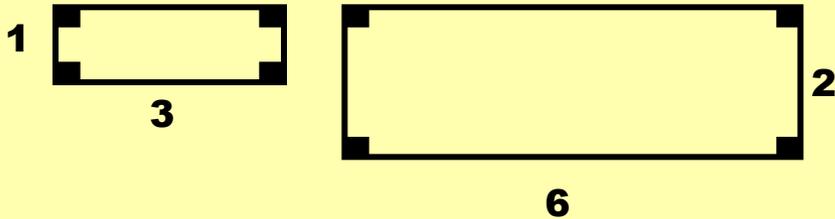
Le rapport de similitude joue donc un rôle important dans ce type de figures.

Voici quelques exemples

Détermine si les figures suivantes sont semblables et justifie ta réponse.

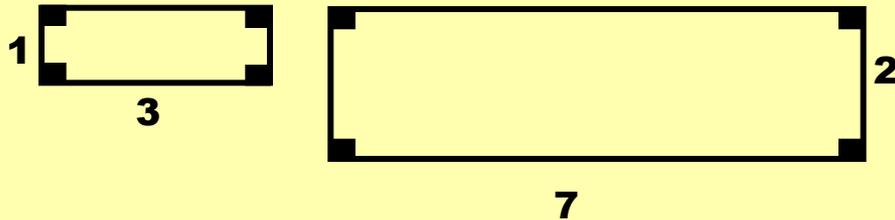


Non, elles n'ont pas la même forme.



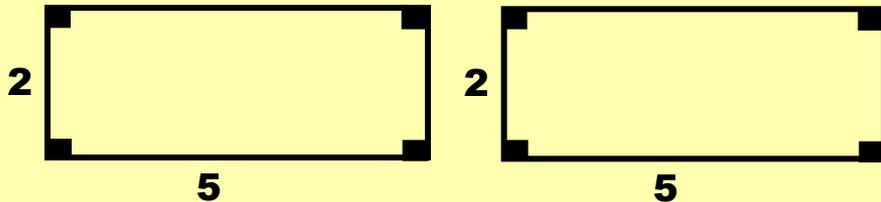
Oui, même forme, mêmes angles homologues congrus et côtés homologues proportionnels.

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$



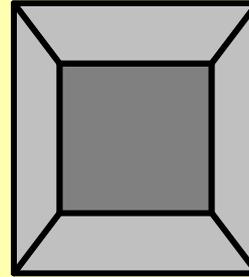
Non, même forme, mêmes angles homologues congrus, mais côtés homologues non proportionnels.

$$\frac{1}{2} \neq \frac{3}{7}$$



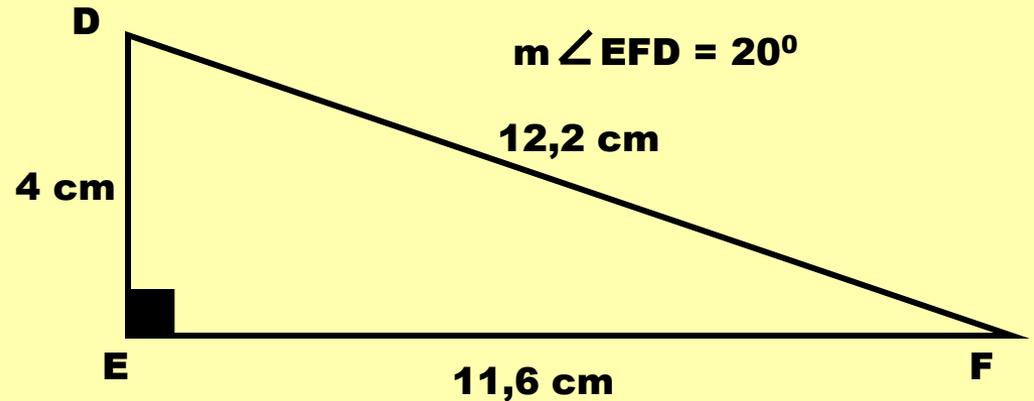
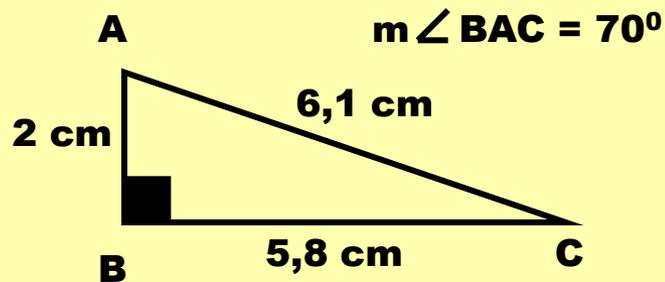
Oui, les figures isométriques sont des figures semblables avec $K = 1$.

Ces deux figures sont elles semblables ?



Non, elles n'ont pas la même forme.

Les triangles suivants sont-ils semblables ?



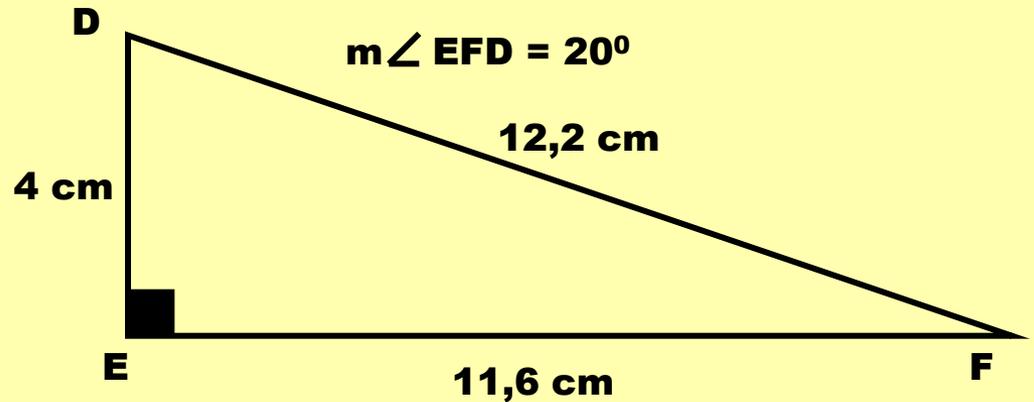
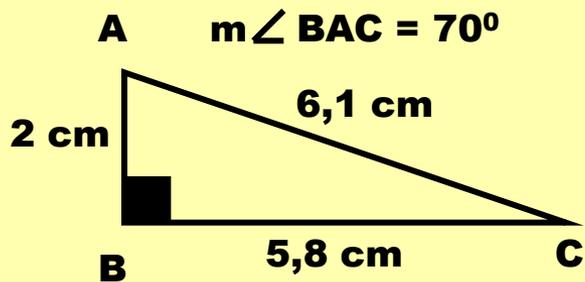
Ils ont la même forme.

Vérifie s'ils ont les mêmes mesures d'angles et le même rapport de similitude k.

$m\angle BCA = 20^\circ$, les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires;

$m\angle FDE = 70^\circ$, les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

Tous les angles homologues sont isométriques.



$$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{DE}} = \frac{m \overline{BC}}{m \overline{EF}} = \frac{m \overline{AC}}{m \overline{DF}} \quad \frac{2}{4} = \frac{5,8}{11,6} = \frac{6,1}{12,2}$$

Remarque : Pour bien comparer, il faut toujours simplifier les rapports.

Le rapport unitaire (dénominateur = à 1) est ici intéressant.

$$2 \div 4 = 0,5 \quad 5,8 \div 11,6 = 0,5 \quad 6,1 \div 12,2 = 0,5$$

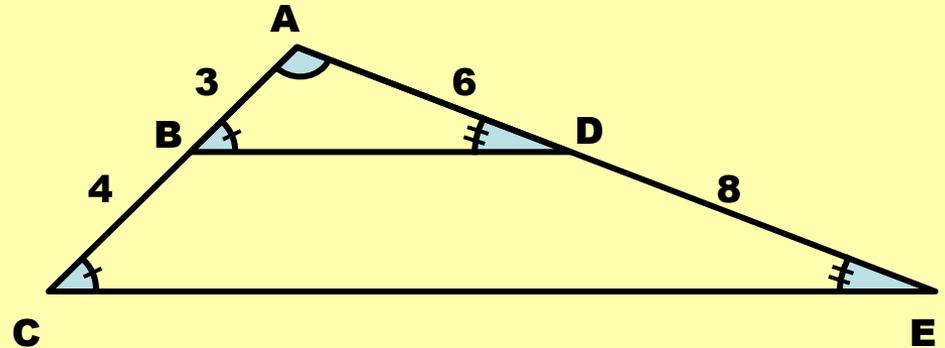
Les rapports des mesures des côtés homologues sont proportionnels.

Les deux triangles sont donc semblables et $K = \frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{1}$

On applique une homothétie de centre A sur le triangle ABD pour obtenir le triangle ACE. Les deux triangles sont-ils semblables ?

Les 2 triangles ont la même forme.

Les angles homologues sont isométriques :



$\angle A \cong \angle A$, il est commun aux deux triangles.

Sachant que l'homothétie conserve le parallélisme des segments, on peut déduire que :

$\angle B \cong \angle C$ et $\angle D \cong \angle E$, car ce sont des angles correspondants.

Les rapports des segments homologues sont proportionnels.

$$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{AC}} = \frac{m \overline{AD}}{m \overline{AE}}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$$

donc $\triangle ABD \sim \triangle ACE$.

Les deux rectangles ci-contre sont semblables.

Quelle est la mesure du segment GH ?

Sachant que les rectangles sont semblables, on sait que les rapports des mesures des côtés homologues sont proportionnels.

En utilisant le rapport de similitude, on pourra construire une proportion pour trouver la mesure du segment GH.

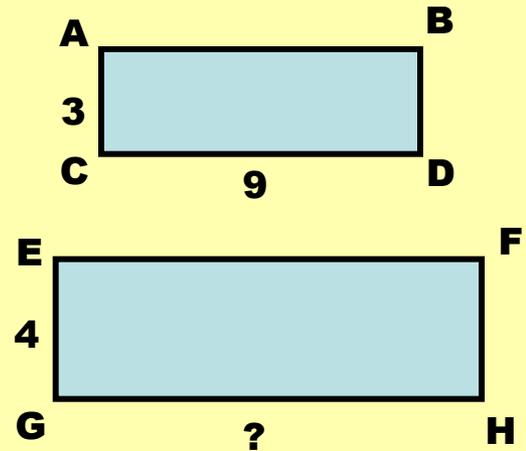
$$K = \frac{m \overline{AC}}{m \overline{EG}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{m \overline{AC}}{m \overline{EG}} = \frac{m \overline{CD}}{m \overline{GH}} \longrightarrow \frac{3}{4} = \frac{9}{x}$$

$$3x = 4 \times 9$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$



$$m \overline{GH} = 12$$

Les deux rectangles ci-contre sont semblables.

Quelle est la mesure du segment CD ?

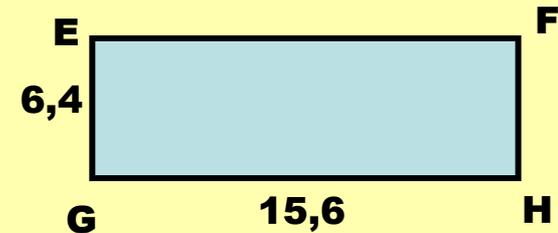
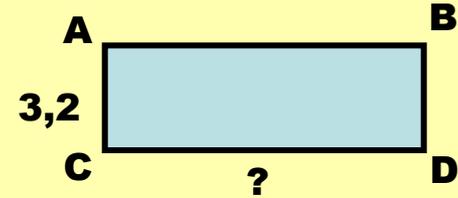
$$K = \frac{m \overline{AC}}{m \overline{EG}} = \frac{3,2}{6,4}$$

$$\frac{m \overline{AC}}{m \overline{EG}} = \frac{m \overline{CD}}{m \overline{GH}} \longrightarrow \frac{3,2}{6,4} = \frac{x}{15,6}$$

$$3,2 \times 15,6 = 6,4 x$$

$$49,92 = 6,4 x$$

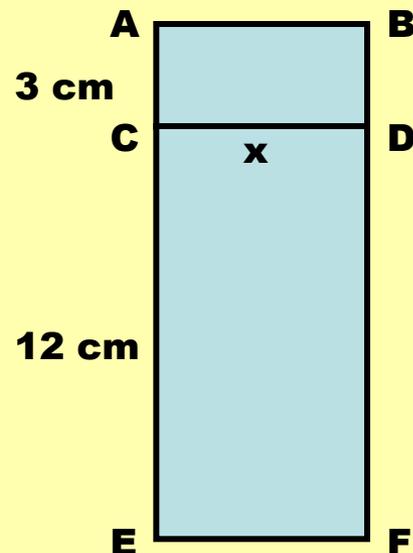
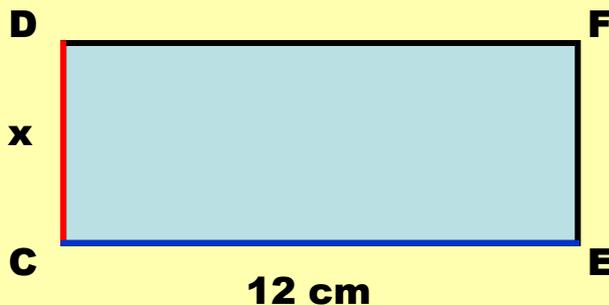
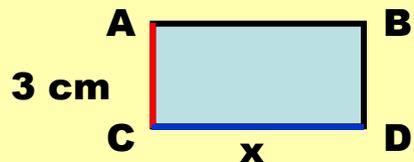
$$7,8 = x$$



$$m \overline{CD} = 7,8$$

Les rectangles ABCD et CDEF suivants sont semblables.

Quelle est la mesure du segment CD ?



$$\frac{m \overline{AC}}{m \overline{CD}} = \frac{m \overline{CD}}{m \overline{CE}} \longrightarrow \frac{3}{x} = \frac{x}{12} \longrightarrow x^2 = 36$$

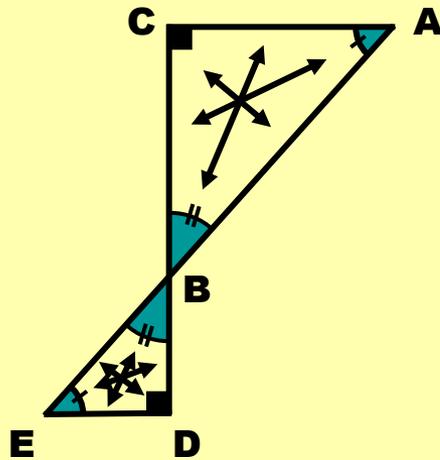
$$x = \pm 6$$

$$m \overline{CD} = 6 \text{ cm}$$

Remarque : Il n'est pas toujours facile de détecter les côtés homologues, alors prends le temps de bien observer les figures.

Dans les triangles semblables, il est plus facile de repérer les côtés homologues.

Il suffit d'associer les angles homologues et les côtés opposés à ces angles.

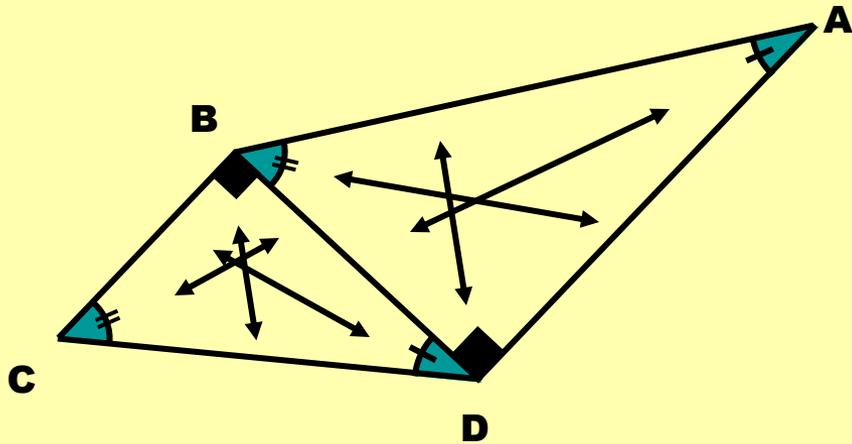


$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

\overline{AC} homologue à \overline{ED}

\overline{AB} homologue à \overline{EB}

\overline{CB} homologue à \overline{DB}

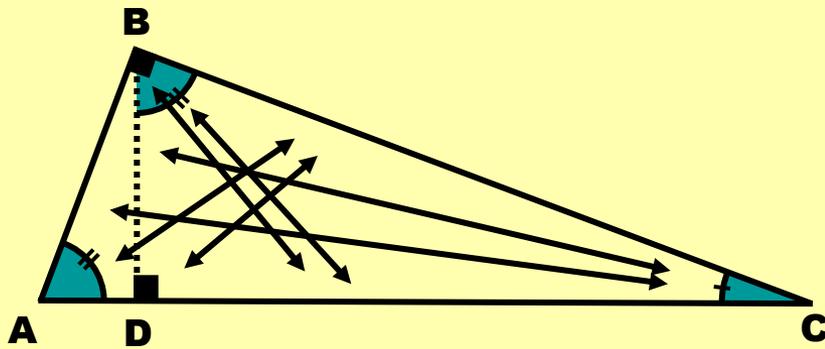


$$\triangle ABD \sim \triangle CBD$$

\overline{AB} homologue à \overline{CD}

\overline{AD} homologue à \overline{BD}

\overline{CB} homologue à \overline{BD}



$$\triangle ABC \sim \triangle BDC$$

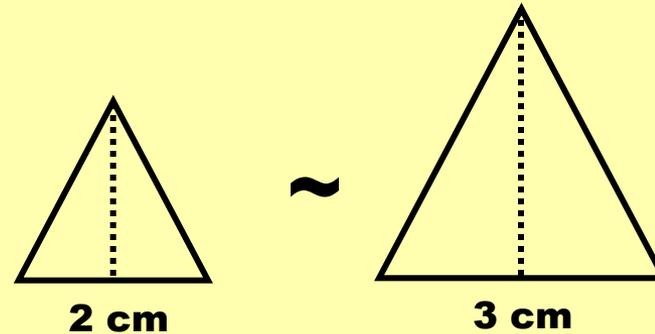
\overline{AC} homologue à \overline{BC}

\overline{AB} homologue à \overline{BD}

\overline{DC} homologue à \overline{BC}

Dans les figures semblables 2D ou 3D, tous les **segments homologues** sont proportionnels.

On peut donc profiter des uns pour en déduire d'autres.

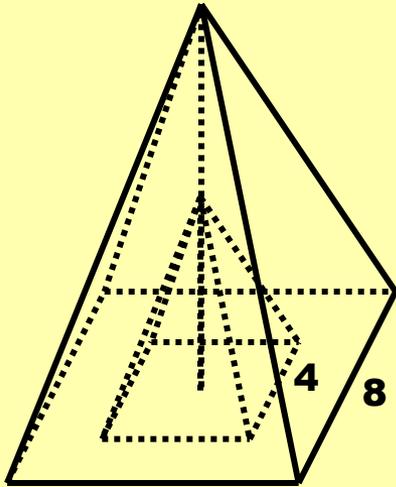


Dans ces deux triangles semblables, quel est le rapport des hauteurs ?

Le rapport des bases est de 3 : 2, donc le rapport des hauteurs est de 3 : 2.

Remarque : Dans cette situation, on ne sait pas quel triangle est l'image de l'autre.

Le rapport de similitude peut être alors de 2 : 3 ou de 3 : 2.

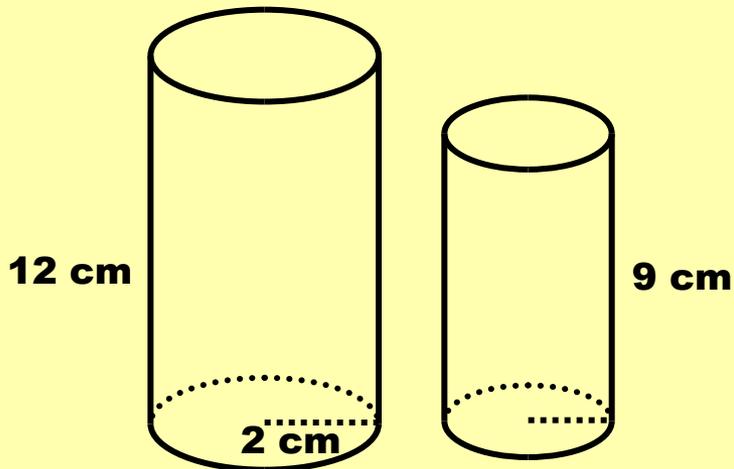


Ces deux pyramides à base carrée sont semblables. Quel est le rapport des hauteurs et des apothèmes ?

rapport des côtés : $\frac{8}{4} = 2$

rapport des hauteurs : $\frac{8}{4} = 2$

rapport des apothèmes : $\frac{8}{4} = 2$



Ces deux cylindres sont semblables. Quelle est la mesure du rayon du petit cylindre ?

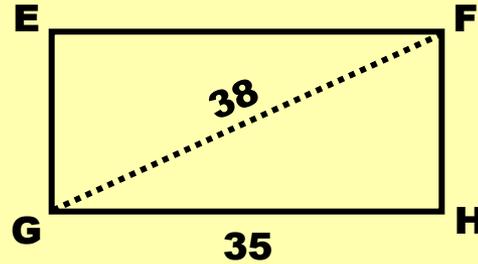
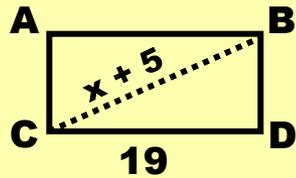
$$\frac{\text{HAUTEUR}}{\text{hauteur}} = \frac{\text{RAYON}}{\text{rayon}}$$

$$\frac{12}{9} = \frac{2}{x}$$

$$12x = 18$$

$$x = 1,5 \text{ cm}$$

Sachant que les deux rectangles sont semblables, que vaut la variable x ?



$$\frac{m \overline{CB}}{m \overline{GF}} = \frac{m \overline{CD}}{m \overline{GH}} \longrightarrow \frac{(x + 5)}{38} = \frac{19}{35}$$

$$35 (x + 5) = 19 \times 38$$

$$35x + 175 = 722$$

$$35x = 547$$

$$x \approx 15,6$$